

## 2 Quod erat demonstrandum. Wat kan en mag een argumentatietheorie zeggen over bewijzen?

E.C.W. Krabbe

### 1. Bewijzen en betogen

Wat is een bewijs? Een reeks steekhoudende argumenten en glasheldere gevolgtrekkingen die te zamen een ijersterk betoog vormen? Of is er nog 'iets meer' vereist voor een bewijs echt een bewijs is? Mag de argumentatietheorie zich met bewijzen bezighouden of moet dit terrein worden overgelaten aan de formalisten onder de logici?

In een Latijns-Nederlands schoolwoordenboek kan men nagaan dat *argumentum* o.a. 'bewijs' betekent; *argumentatio* betekent 'bewijsvoering', 'betoog'; de bijbehorende werkwoorden zijn *argumentor* en *arguo*: ik bewijs, betoog (Muller en Renkema, 1970). Is argumenteren of betogen dan eigenlijk hetzelfde als bewijzen? In dat geval is het verwonderlijk dat er in de logica ook nog een vak 'bewijstheorie' (of meta-mathematica) is. 'Bewijstheorie' is zeker niet hetzelfde als argumentatietheorie.<sup>1</sup> Van Dale geeft de volgende omschrijving van bewijzen:

bewijzen (...) 1. aantonen, doen blijken dat iets is zoals beweerd of verondersteld werd ...

Deze definitie maakt geen onderscheid tussen bewijzen in de wiskunde, bewijzen in de empirische wetenschappen en bewijzen in de rechtszaal. Er is dan ook geen reden om aan te nemen dat er drie of meer radicaal verschillende betekenissen van 'bewijzen' naast elkaar bestaan. Over betogen zegt Van Dale het volgende:

beto'gen (...) 1. door redenering trachten aan te tonen, aannemelijk te maken of te bewijzen.

Men kan zien dat de betekenissen van 'bewijzen' en 'betogen' elkaar overlappen: wie door een redenering iets tracht aan te tonen en *daarin slaagt*, is zowel bezig met bewijzen als met betogen. Wie daarentegen slechts tracht door redenering iets aan te tonen, of aannemelijk te maken, betoogt en argumenteert wel, maar bewijst nog niets. Het is dus mogelijk te betogen zonder iets te bewijzen. Is het ook mogelijk te bewijzen zonder te betogen?

Een bewijs moet de juistheid van een bewering aantonen, een standpunt rechtrvaardigen. Maar, als we Van Dale volgen, dan hoeft dit niet altijd door een redenering te gebeuren. Als ik beweer dat ik kan zingen, kan ik mijn standpunt rechtrvaardigen door in gezang uit te barsten. Wie beweert dat het sneeuwt, kan dit bewijzen door het gordijn open te schuiven. Wie de volzin: 'Ik kan een Nederlandse zin uitspreken' correct uitspreekt, heeft daarmee een standpunt ingenomen en tegelijk de juistheid ervan bewezen. In al die gevallen laat men blijken dat een bewering juist is, zonder van een redenering gebruik te maken. Er wordt bewezen,

maar niet betoogd. Zulke bewijzen zijn direct intuïtief inzichtelijk (aanschouwelijk): wij zullen spreken van een *Onmiddellijk Intuïtief Bewijs* (OIB).

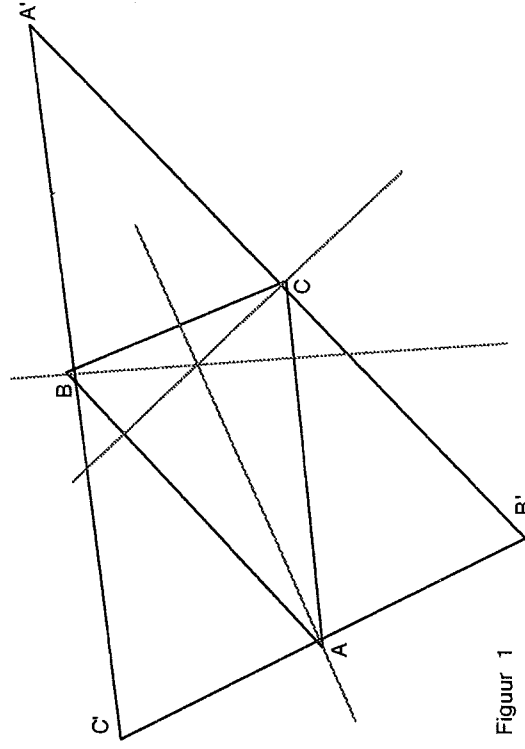
Met de term 'betoog' deelt de term 'bewijs' de proces/product-ambigüiteit. Soms slaat de term 'bewijs' op het proces van het aantonen, soms op het produkt, bijvoorbeeld een tekst. Dit geldt ook voor het OIB, al klinkt het misschien wat merkwaardig als men het produkt (een lied, een tekening, een gebaar) 'bewijs' noemt.

### 2. Bewijzen in de wiskunde

Van de bewijzen die in de wiskunde voorkomen, vormt het OIB een extreem geval. Het andere extreme geval is het Formele Bewijs (FB). Daartussenin bevinden zich informele bewijzen die van redeneringen gebruik maken, al dan niet in het kader van een axiomatisch systeem. De vraag is of deze informele bewijzen speciale gevallen zijn van betoog of argumentatie of dat het om geheel andersoortige processen/produkten gaat. We zullen daartoe een concreet geval nader bekijken:

Stelling: De hoogtelijnen van een driehoek gaan door één punt.

Ter oprissing: iedere driehoek heeft drie hoogtelijnen. Zijn A,B,C, de hoekpunten van de driehoek, dan is de hoogtelijn uit A de lijn door A die loodrecht staat op de zijde BC, enz. We zullen als vanzelfsprekend beschouwen dat als je *twee* hoogtelijnen neemt (Bijvoorbeeld die uit A en die uit B), deze elkaar snijden in een punt H. De vraag is: hoe kunnen we bewijzen dat ook de derde hoogtelijn (die uit C) door punt H gaat?



Figuur 1

Een standaardbewijs van de stelling maakt gebruik van een tekening (Figuur 1). Voor sommigen vormt dit plaatje misschien op zichzelf al een OIB. In beginsel is

er geen verschil tussen het laten zien van een plaatje (als bewijs van een meetkundige stelling) en het opentrekken van de gordijnen om te bewijzen dat het sneeuwt. De meesten zullen echter aan Figuur 1 niet meteen genoeg hebben. Er is behoefte aan een betogende tekst, bijvoorbeeld de volgende:

**Betoog:** Beschouw een willekeurige driehoek ABC. Trek door A een lijn evenwijdig aan BC, door B een lijn evenwijdig aan AC en door C een lijn evenwijdig aan AB. We vinden een grote driehoek A'B'C'. Zonder veel moeite kunnen we inzien dat de hoogtelijnen van de kleine driehoek ABC de middelloodlijnen zijn van de grote driehoek A'B'C' (huiswerk). De middelloodlijnen van een driehoek gaan altijd door één punt. Dus gaan de hoogtelijnen van driehoek ABC door één punt. Omdat ABC willekeurig gekozen was, geldt voor iedere driehoek dat zijn hoogtelijnen door één punt gaan, Q.E.D.

We hebben hier een voorbeeld van een *Informeel Bewijs* (IB).<sup>2</sup>

Enkele typische trekjes van het IB zijn de volgende: er wordt in verwezen naar bepaalde voorkennis (zoals de stelling dat de middelloodlijnen van een driehoek door één punt gaan), er worden veelal taken aan de lezer overgelaten, van sommige dingen wordt aangenomen dat ze direct intuïtief duidelijk zijn en zekere bewijsprocedures (zoals het kiezen van een willekeurig object) worden bekend verondersteld. Het IB richt zich tot een lezer of hoorder die nog niet van de juistheid van de stelling overtuigd is, maar bereid is zich te laten overtuigen. Het is gewoon een betoog, zoals dat in de argumentatietheorie bestudeerd wordt. Het is een impliciete discussie.

Nu kan een betoog al dan niet steekhoudend zijn. Een betoog dat aan alle kanten ramt, is niet steekhoudend, maar is nog steeds een betoog. Bij 'bewijs' is dat anders. Op grond van bestaand taalgebruik is er aanleiding om de term 'bewijs' te reserveren voor betogen die in de een of andere zin steekhoudend zijn. Een 'fout bewijs', bijvoorbeeld een bewijs dat op een drogreden berust, is eigenlijk helemaal geen bewijs, net zo min als een valse Vermeer een Vermeer is.

Daarmee wordt het niet gemakkelijker om de term 'bewijs' (in de zin van IB) correct toe te passen. Het vermeende bewijs is een betoog. Maar we weten pas of het een bewijs is, als we weten of het betoog steekhoudend is. Van betogen is ons echter uit de argumentatietheorie bekend dat ze niet zonder meer steekhoudend of niet-steekhoudend zijn, maar dat we op de context moeten letten. Hetzelfde geldt dan voor informele wiskundige bewijzen: wat voor de één een bewijs is, hoeft dat voor de ander nog niet te zijn. Het hierboven gegeven betoog voor de stelling over de hoogtelijnen kan alleen als bewijs fungeren voor diegenen die inderdaad over de vooronderstelde kennis beschikken: die weten wat middelloodlijnen zijn, die bekend zijn met de stelling dat de drie middelloodlijnen van een driehoek door één punt gaan, die het opgegeven 'huiswerk' kunnen maken, die de techniek van het beschouwen van een 'willekeurige driehoek' kunnen volgen, enz.<sup>3</sup>

Wat voor redenen kunnen er zijn om een argumentatie voor een wiskundige stelling aan te kondigen als 'bewijs'? Natuurlijk kan iemand oprecht overtuigd zijn dat zijn argumentatie steekhoudend en overtuigend is voor een bepaald publiek en wellicht nog aan een aantal extra eisen voldoet (zie par.4). Om dit nog eens te onderstrepen kan het gebruik van het woord 'bewijs' nuttig en gerechtvaardigd zijn. Maar het kan ook propaganda zijn: "probeer maar geen tegenwerpingen te vinden, want mijn betoog is een bewijs, d.w.z. de zaak is rond en wie het niet met me eens

is, heeft het niet begrepen." Het op deze manier gebruiken van de term 'bewijs' is een drogreden. Het is een vergrijp tegen het bewijslastbeginsel, want dit beginsel ("wie een standpunt naar voren brengt, is verplicht dit desgevraagd te verdedigen", Van Eemeren *et al.*, 1986: 37) geldt niet alleen voor de te bewijzen stelling, maar ook voor de verschillende onderdelen van de voor die stelling gebruikte argumentatie. De drogreden ontleent zijn effectiviteit aan de schroom (*verecundia*) die men voelt ten overstaan van 'bewijzen' (*argumentum ad verecundiam probandi*).

Dit kan zover gaan dat er sprake is van intimidatie of dreigement: het bewijs dat thuis in de kuis ligt als een wapen dat men nog achter de hand houdt (*argumentum ad baculum*).

De mogelijkheden voor een *argumentum ad verecundiam* door te schermen met de term 'bewijs' worden nog vergroot door het bestaan van enkele speciale en prestigieuze betekenis van die term. In de wiskunde kent men bijvoorbeeld het bewijs binnen een bepaald axiomatisch systeem, zoals het systeem van Euclides voor meetkunde. In een axiomatisch systeem hoeven de axioma's niet in het systeem bewezen te worden (evenmin als de definities). Afhankelijk van de wetenschapsteorie die men aanhangt, beschouwt men de axioma's of als evident, of als een zaak van vrije keuze, of als van buiten het systeem gerechtvaardigd. Vanuit de axioma's (en de definities) wordt in het systeem de ene na de andere stelling bewezen, terwijl ook steeds definities worden toegevoegd. De volgorde is daarbij belangrijk. Ieder bewijs mag slechts gebruik maken van de axioma's, de al ingevoerde definities en de al bewezen stellingen.

Bewijzen in een axiomatisch systeem kunnen er heel technisch uitzien, met allerlei wiskundige notaties en bewijsfiguren. Toch zijn het informele bewijzen, want de gebruikte taal is nergens geformaliseerd. We zullen spreken van *Informeel Axiomatische Bewijzen* (IAB). Een IAB is een betoog/argumentatie gericht tot een publiek dat de axioma's aanvaardt en alle voorafgaande definities en bewijzen "gehad" heeft. De argumentatietheorie is op deze bewijzen gewoon van toepassing. Bovendien maakt de speciale context waarin het IAB geplaatst wordt nieuwe drogredenen en nieuwe vormen van kritiek mogelijk, zoals bepaalde vormen van de *circulus vitiosus in probando* / *in definiendo*, gebrek aan elegantie, of het bewandelen van omwegen (*loops*).

### 3. Formele bewijzen

Aan *Formele Bewijzen* (FB) komen we pas toe als er een formele taal wordt vastgelegd. Voor ons voorbeeld met de hoogtelijnen zou dit een formele taal voor meetkunde moeten zijn. Wie zich daar iets bij voor wil stellen denke aan zoiets als een taal voor predikatenlogica met identiteit en speciale, vaste predikaatletters voor 'primitieve begrippen' (Px: x is een punt; Lx: x is een lijn; lxy: x ligt op y, e.d.). Alfabet en grammatica moeten precies vast liggen. De zinnen van deze taal heten 'formules'. De axioma's zijn ook formules. Formele bewijzen zijn rijen of bomen van formules, geconstrueerd volgens syntactisch vastgelegde afleidingsregels zoals *modus ponens* (ook bekend als 'pijl-eliminatie'). Een formule is een stelling van het formele systeem dan en slechts dan als er een bewijs voor bestaat. Om te controleren of iets een bewijs is, hoeft je niets van meetkunde te weten en ook niets van argumentatietheorie.

Waarom hebben we formele bewijzen? Wat willen we ermee? Gottlob Frege had ze nodig om te laten zien dat alle wiskunde uit logica kan worden afgeleid (logicisme). Daartoe moest hij de (evidente) beginselen van de rekenkunde uit de logica afleiden zonder onderweg stiekem van rekenkunde gebruik te maken. En dus kon hij geen genoegen nemen met 'evident correcte stappen', zoals in een IAB, maar moest hij alles, ook de afleidingsregels, volledig formaliseren:

Damit sich hierbei nicht unbemerkt etwas Anschauliches eindrängen könnte, musste Alles auf die Lückenlosigkeit der Schlusskette ankommen. (Frege 1879: X).

De Duitse wiskundige David Hilbert wilde een finitistische grondslag aan de wiskunde geven. Wat finitistisch precies is, heeft Hilbert nooit uitgelegd, maar het gaat om een zeer elementair deel van de rekenkunde. Er zijn van oudsher in de wiskunde bewijzen die duidelijk niet-finitistisch zijn, bijv. omdat ze gebruik maken van het begrip van de verzameling van natuurlijke getallen als totaliteit. Een niet-finitistisch bewijs kan echter best een conclusie hebben die tot het finitistische deel van de wiskunde behoort. De vraag is nu: zijn zulke niet-finitistische bewijzen finitistisch gezien betrouwbaar? Hilbert wilde (met finitistische middelen) laten zien dat ze inderdaad betrouwbaar zijn, d.w.z. niet tot finitistische onjuistheden kunnen leiden.<sup>4</sup> Hiertoe was het nodig een (finitistische) wiskundige studie te maken van geformaliseerde bewijzen. De benodigde discipline heet bewijstheorie of metamathematica. Prawitz (1971, 1981) heeft erop gewezen dat bewijstheorie (in ruimere zin) niet pas bij Hilbert of Frege begint, maar al sinds Aristoteles een deel van de logica is. Hij spreekt van *general proof theory* en gebruikt de term *reductive proof theory* voor de studies die met programma's als dat van Hilbert verbonden zijn. Bewijstheorie, zoveel is misschien duidelijk, levert ons via de omweg van formalisering inzichten over bewijzen en bewijsmogelijkheden, welke inzichten ook op informele bewijzen en informele axiomatische bewijzen betrekking hebben. De formele bewijssystemen zijn bruikbaar als 'modellen' voor bepaalde redeneer- en argumentatietechnieken. In zekere zin zijn het dus argumentatietheoretische modellen.

Formele bewijzen zijn nuttig voor verschillende doeleinden. De informele bewijzen zullen ze echter niet kunnen vervangen. Bewijzen in de metamathematica, bijvoorbeeld, zijn i.h.a. formeel van aard, of creëren, als ze geformaliseerd zijn, weer behoefte aan een meta-metamathematica, enz. Aan het eindpunt ligt in ieder concreet geval iets informeels.

Overzien we de verschillende soorten van bewijzen (OIB, IB, IAB, FB) en hun functies, dan is duidelijk dat we het 'absolute' begrip 'bewijs' moeten laten varen. Wat voor het ene publiek of in het ene systeem een bewijs is, hoeft dat voor een ander publiek of in een ander systeem nog niet te zijn. Wat nu een bewijs is voor een bepaald gezelschap, hoeft niet altijd een bewijs te blijven.<sup>5</sup>

De conclusies voor de argumentatietheorie uit het voorafgaande zijn de volgende:

- (i) Met uitzondering van de OIB en de FB is ieder wiskundig bewijs een betoog en dus een gepast onderwerp voor argumentatietheoretisch onderzoek.<sup>6</sup>
- (ii) De systemen van FB zijn modellen die in de argumentatietheorie kunnen worden gebruikt.<sup>7</sup>

#### 4. De meerwaarde van een bewijs

Niet ieder betoog is een bewijs. Wil het gebruik van de term 'bewijs' niet zuiver propagandistisch of intimiderend zijn, dan moet ermee bedoeld zijn dat het betoog nog aan één of meer extra eisen voldoet. Die eisen zijn niet in iedere gebruikscontext dezelfde, vandaar dat altijd oplettendheid geboden is als iemand het woord 'bewijs' in de mond neemt.

Aristoteles, (*Anal. post.* I2, 71b18-22), bijvoorbeeld, eist van de premissen van een bewijs dat ze waar zijn, zelf onbewijsbaar, dat ze beter te kennen zijn dan de conclusie en dat ze de oorzaak van de conclusie geven. De weg van premissen naar conclusie moet deductief zijn. Argumentaties die aan een van deze extra eisen niet voldoen zijn dus geen bewijzen.

Een recent voorstel is dat van John Corcoran. Volgens Corcoran wordt er in het gebruik van de term 'bewijs' stiltzweigend gerefereerd aan een persoon of gezelschap voor wie het een bewijs zou zijn (1989: 22). M.a.w., wat voor de één een bewijs is, hoeft het voor de ander nog niet te zijn.<sup>8</sup> Niet iedere argumentatie is een bewijs voor iedereen. Om een bewijs te zijn voor iemand moet een argumentatie de juiste meerwaarde hebben voor die persoon:

Critical evaluation of an argumentation to determine whether it is a proof for a given person reduces to two basic issues: are the premises known to be true by the given person? And does the chain of reasoning deduce the conclusion from the premise-set for the given person? (Corcoran, 1989: 25)

Voor speciale doeleinden kunnen zeer speciale eisen aan bewijzen worden gesteld. We zagen al dat Frege voor zijn doel bewijzen nodig had die van puur logische beginselen uitgaande met een redeneerketen zonder gaten tot de conclusie leiden. Dummett (1977) onderscheidt wiskundige bewijzen in ruimere zin ('mere demonstration') en wiskundige bewijzen in engere zin ('canonical proof').<sup>9</sup> Informele Bewijzen zijn bewijzen in ruimere zin, maar om te definiëren wat een IB is moeten we een beroep doen op de notie 'canoniek bewijs'. Aan canonieke bewijzen zullen extra eisen gesteld moeten worden, bijvoorbeeld dat ze geen uitspraken bevatten die complexer zijn dan de conclusie (*o.c.*, 395). Een IB moet laten zien dat er een canoniek bewijs bestaat (*o.c.*, 392). Zo heeft een IB dus een meerwaarde boven een argumentatie en heeft een canoniek bewijs weer een meerwaarde boven een IB.

In de filosofie van de wiskunde van Lakatos (1979) ontmoet men het bewijs eerder aan het begin dan aan het eind van het proces van wiskundige ontdekking. Het wordt slechts voorafgegaan door het formuleren van het probleem en van een vermoeden (*o.c.*, 127). Heeft men eenmaal een bewijs dan gaat het ontdekkingsproces verder door kritiek op en analyse van het bewijs, het bijstellen van het vermoeden, e.d. Het bewijs is bij Lakatos dus niet primair argumentatief, het dient niet zozeer om iemand van de juistheid van de stelling te overtuigen, maar eerder om kritiek mogelijk te maken en op die manier het onderzoek vooruit te helpen.

Deze voorbeelden maken duidelijk dat de meerwaarde van het bewijs (boven het betoog) op zeer verschillende manieren kan worden ingevuld en dat de wijze van invulling nauw verband houdt met verdere filosofische stellingnames. Wie in de argumentatietheorie over 'bewijzen' wil spreken moet daarom steeds duidelijk aangeven welk bewijsbegrip hij hanteert, m.a.w. aan welke extra eisen een betoog

moet voldoen om een bewijs te zijn.

## 5 Bewijs en dialoog

In de dialectische argumentatietheorie wordt een monologisch betoog beschouwd als een impliciete discussie ter oplossing van een geschil over de aanvaardbaarheid van een standpunt (Van Eemeren *et al.*, 1983:9). Als een bewijs een betoog is met iets extra's, ligt het voor de hand deze meerwaarde te zoeken in de onderliggende discussie: als deze discussie aan bepaalde voorwaarden voldoen is het betoog een bewijs, anders niet.

Een mogelijke verdere uitwerking in deze richting is de volgende:

Een monologisch betoog is een bewijs voor X, als de onderliggende discussie gevoerd wordt in een systeem van formele dialectiek dat door X is aanvaard, als X in de strengst mogelijke zin gebonden is aan de initiële concessies in die discussie, als alle mogelijke kritiek-lijnen (argumentatietekens die de Opponent kan kiezen) in die discussie zijn behandeld, en als bovendien de Proponent deze discussie heeft gewonnen.<sup>10</sup>

'X' kan hierbij zowel slaan op een persoon als op een gezelschap. De discussie die aan een bewijs ten grondslag ligt, laat zien dat de Proponent kan winnen, hoe de Opponent ook haar discussiezetten kiest, m.a.w. dat er een winstrategie voor de Proponent is.

Nu is er nog een tweede gebruik van de term betoog: de argumentatie zoals die in een expliciete discussie verschijnt. Ook deze argumentatie zou aan extra eisen kunnen voldoen, zodat we kunnen zeggen dat er in de discussie een bewijs wordt geleverd. Deze eisen zouden dezelfde kunnen zijn als die aan de onderliggende discussie van een monologisch bewijs, met de Opponent op de plaats van 'X'. We zouden zo'n discussie een 'dialectisch bewijs' kunnen noemen. Tussen beide soorten bewijs bestaat dan het volgende eenvoudige verband: een monologisch betoog is een (monologisch) bewijs voor X dan en slechts dan als de discussie die eraan ten grondslag ligt een dialectisch bewijs is met X in de rol van de Opponent. In zoverre als het niet duidelijk is hoe de onderliggende discussie er precies uit ziet, is het ook niet mogelijk te bepalen of er bij een gegeven monoloog sprake is van een bewijs.

In bepaalde soorten discussies is het de verdediger van een standpunt toegestaan een monologisch betoog te houden. Dit betoog, dat dus deel uitmaakt van de expliciete discussie, kan zelf weer als een impliciete discussie worden beschouwd. Als deze impliciete discussie een dialectisch bewijs is, dan is het betoog niets anders dan een monologisch bewijs dat binnen de expliciete discussie geleverd wordt. Dit is een tweede manier van het voeren van een bewijs in de context van een (expliciete) discussie.

Als er geen bewijzen waren, zouden ze moeten worden uitgevonden. Stel een gezelschap G maakt gebruik van een dialectisch systeem S<sub>0</sub>. Vele vruchtbare discussies worden met S<sub>0</sub> gevoerd. Op een gegeven moment is het iedereen in het gezelschap duidelijk dat wie 'als A dan B' en 'als B dan C' toegeeft, gedwongen kan worden zijn oppositie tegen 'als A dan C' te staken. Men heeft ontdekt dat er bij zulke dialoogsituaties een winstrategie voor de Proponent is! Dan is het wel zo praktisch om het systeem S<sub>0</sub> uit te breiden tot een systeem S<sub>1</sub> door adoptie van de

'afleidingsregel':

als A dan B, als B dan C => als A dan C

(Toepassingen van de regel verkrijgt men door voor A, B en C uitspraken in te vullen. Links van de pijl staan dan de premissen van de toepassing, rechts van de pijl de conclusie.)

De regel houdt in dat binnen het systeem S<sub>1</sub> geen kritiek meer is toegestaan op een argumentatiestap van de beschreven vorm. (D.w.z. geen kritiek op de 'relevantie' van de premissen voor de conclusie, uiteraard blijft kritiek op de 'houdbaarheid' van de premissen mogelijk.) Verdere stappen leiden op dezelfde wijze tot systemen S<sub>2</sub>, S<sub>3</sub>,... Aldus verkrijgt men een dialectisch systeem S waarin een aantal afleidingsregels is geïncorporeerd.

In de context van zo'n systeem S kan men nu de volgende (enigszins speciale) definitie geven van 'bewijs': Laat D een discussie zijn tussen P<sub>1</sub> en P<sub>2</sub>, die gevoerd wordt in het systeem S. Laat B een betoog zijn, geleverd door P<sub>1</sub>, voor de conclusie C. Op moment t is B een bewijs van C in D voor P<sub>2</sub> dan en slechts dan als het volgende zich voordoet:

- (i) alle uitgangspunten van B zijn, vóór het moment t, expliciet als be-  
weringen van P<sub>2</sub> opgetreden (en niet weer ingetrokken vóór t);<sup>11</sup>
- (ii) alle stappen in B zijn expliciet toegelaten op grond van een verzameling  
van afleidingsregels die een bestanddeel vormt van het systeem S.

Ondersteld is dat er in het systeem S ook nog andere argumentaties mogelijk zijn dan die welke gebruik maken van de afleidingsregels van het systeem zelf. Verder is ondersteld dat hier alle concessies van een discussiant ook beweringen van die discussiant zijn. Als aan die voorwaarden voldaan is, laat bovenstaande definitie zien hoe er in een discussie een zinvol onderscheid gemaakt kan worden tussen een (geslaagd) betoog en een bewijs door een meerwaarde te eisen zowel bij de uitgangspunten als bij de argumentatiestappen. Deze notie van 'bewijs' is volledig geëxternaliseerd en onafhankelijk van de begrippen 'kennis' en 'waarheid'.<sup>12</sup>

## Noten

1. Wat 'argumentatietheorie' is, mag bekend worden verondersteld. Voor 'bewijstheorie' verwijs ik naar Van Dalen, 1978 en Prawitz, 1981.
2. Ik gebruik de term informeel bewijs in Engelse zin, n.l. onder uitsluiting van die informele bewijzen (in ruimere zin) die tevens als OIB of IAB (hieronder) geclassificeerd kunnen worden.
3. Vgl. Corcoran: "A linear chain of reasoning that is cogent for one person need not, and normally will not, be cogent for all other persons". (1989 : 34).
4. Onder bepaalde onderstellingen is dit gelijkwaardig met de bekendere formulering van Hilberts programma: met finitistische middelen aantonen dat de rekenkunde consistent is. Zie Van Dalen 1978 : 58,59 en Prawitz, 1981 : 235,236.
5. Dummett, in zijn bespreking van de filosofische en semantische aspecten van de intuïtionistische opvattingen over implicatie en bewijs, wijst op de mogelijkheid dat 'mathematics becomes a subject where results are fallible and liable to revision' (1977 : 402).
6. Er is vooralsnog geen reden om aan te nemen dat dit anders ligt bij bewijzen in de em-

- pirische wetenschappen of in de rechtszaal.  
 Hetzelfde geldt *a fortiori* voor systemen voor formele dialectiek.  
 Zie noot 3.  
 9. Het onderscheid is belangrijk voor een intuïtionistische uitleg van de betekenis van de logische constanten.  
 10. Vgl. Barth en Krabbe (1982), III, i.h.b. III.13; idem, V voor een studie van winstrategieën.  
 11. Het is niet voldoende dat de uitgangspunten concessies van P2 zijn : een afleiding uit concessies van P2 is nog geen bewijs voor P2. Op zijn minst moeten de twee gevallen onderscheiden worden.  
 12. Voor 'Externalisering' zie Barth en Krabbe (1982 : 32-34,60).

#### Literatuur

- Aristoteles  
 1976 *Aristotle in twenty-three volumes II: Posterior Analytics. Topica*. Cambridge, Mass.  
 Barth, E.M. en E.C.W. Krabbe  
 1982 *From Axiom to Dialogue. A Philosophical Study of Logics and Argumentation*. Berlijn en New York.  
 Corcoran, J.  
 1989 *Argumentations and Logic. Argumentation* 3, 17-43.  
 Dale, J.H. van  
 1970 *Groot woordenboek der Nederlandse taal* (bewerkt door C. Kruyskamp). I: A-N. 's-Gravenhage.  
 Dalen, D. van  
 1978 *Filosofische grondslagen van de wis kunde*. Assen en Amsterdam.  
 Dummett, M.  
 1977 *Elements of Intuitionism*. Oxford.  
 Eemeren, F.H. van, et al.  
 1983 *Argumentatieleer I: Het analyseren van een betoog*. Groningen.  
 Eemeren, F.H. van, et al.  
 1986 *Argumentatieleer II: Drogredenen*. Groningen.  
 Frege, G.  
 1879 *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*. Halle. Herdrukt in: G. Frege, *Begriffsschrift und andere Aufsätze*, 2. Aufl. (I. Angelelli, red.), Hildesheim en New York, 1971.  
 Lakatos, I  
 1979 *Proofs and Refutations. The Logic of Mathematical Discovery* (3e dr.). Cambridge, etc. (eerste druk 1976).  
 Muller, F. en E.H. Renkema  
 1970 *Beknopt Latijns-Nederlands woordenboek* (12e dr. bewerkt door A.D. Leeman). Groningen.  
 Prawitz, D.  
 1971 *Ideas and Results in Proof Theory*. In: J.E. Fenstad (red.), *Proceedings of the Second Scandinavian Logic Symposium*. Amsterdam en London. blz. 235-307.  
 Prawitz, D.  
 1981 *Philosophical Aspects of Proof Theory*. In: G. Flügstad (red.), *Contemporary Philosophy. A New Survey I: Philosophy of Language* (red. G. Flügstad). *Philosophical Logic* (Cored. G.H. von Wright). Den Haag, etc. blz. 235-277.

### 3 Bouwstenen voor het evalueren van argumentatieve discussies<sup>1,2</sup>

Rob Wiche

'Dat heeft u niet gezegd, zei de secretaris.  
 Dat heb ik wel gezegd, zei meneer Dalem.  
 Niet gezegd, zei de secretaris.  
 Wel gezegd, zei meneer Dalem.  
 Nietes, zei de secretaris.  
 Nu is het grote ogenblik gekomen, zei meneer Dalem.  
 Wil jij een pak op je donder hebben?  
 U heeft het wel gezegd, zei de secretaris.  
 Geen edelmoedigheid, zei meneer Dalem. Ik heb het niet gezegd. Je hebt volkomen gelijk.'

(Uit: A. Alberts, *De vergaderzaal*, Amsterdam 1974)

#### 0. Inleiding

In dit artikel presenteert ik een systeem van regels, dat het mogelijk maakt om argumentatieve discussies, zoals ze in de praktijk gevoerd worden, te evalueren. Met behulp van deze discussieregels kan nagegaan worden hoe de discussiepartners op elkaars spreekbeurten reageren, of dienen te reageren, in welke situaties een discussie als beëindigd dient te worden beschouwd, en wie de discussie uiteindelijk gewonnen heeft.

De discussieregels zijn dusdanig gekozen dat ze een zo eenvoudig mogelijk systeem opleveren, dat goed aansluit bij praktijksituaties van discussies. Ik noem enkele punten die een rol gespeeld hebben bij de keuze van de regels:

a. Discussies zoals deze in de praktijk plaats vinden, worden doorgaans beëindigd omdat de beschikbare tijd om is of omdat één van de discussiepartners er voortijdig de brui aan geeft, maar (vrijwel) nooit omdat een van de discussianten de ander verbaal 'mat gezet' heeft. Winstrategieën die in formele, dialooglogische, discussies een belangrijke rol spelen, spelen niet of nauwelijks een rol in discussies zoals deze in de praktijk gevoerd worden (verg. Wiche 1988).

b. Om te bevorderen dat de discussies volgens de regels gevoerd worden, introduceer ik in dit hoofdstuk naast de 'spelers' van een discussie nog een andere persoon: de discussieleider. De discussieleider heeft het recht om een discussie te beëindigen. Hij (of zij) moet verder bemiddelen indien er tussen de spelers een conflict ontstaat met betrekking tot de interpretatie of toepassing van de regels, en zo nodig ingrijpen.  
 c. In actueel gevoerde discussies is het meestal zo dat iedere spreekbeurt van een speler uit meerdere zinnen bestaat (zie het voorbeeld van de discussie Ayer - Naess hierna). Een discussie kan dus kennelijk opgevat worden als een spel, waarin een speler per spreekbeurt meerdere zinnen mag doen.